Bilan n° 1 : Repérage - Fonctions - Probabilités

Seconde – 1er trimestre 2016 – Durée : 1 heure

Nom .... **Prénom** ....

- Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre voulu.
- L'usage de la calculatrice est autorisé, mais le prêt de calculatrice est interdit.
- La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation de la copie. Tout résultat devra être soigneusement justifié.

Exercice 1 (6,5 points)

Deux usines produisent des engrenages pour les boîtes de vitesses de voitures. Certains engrenages sont conformes et peuvent être utilisés pour un moteur et d'autres sont défectueux et détruits.
Les deux usines produisent à elles deux 1078 engrenages pour les boîtes de vitesse de voitures par jour.
On remarque que les deux usines produisent au total 1050 engrenages conformes qui peuvent être utilisés pour un moteur.
De plus, on relève que sur les 616 engrenages produits par l'usine B, 16 sont défectueux.

1. Compléter le tableau suivant qui résume le nombre d'engrenages conformes et défectueux selon les usines de fabrication durant une période donnée.

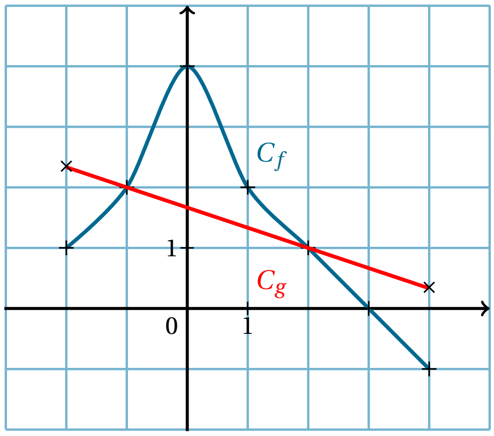
	Conformes	Défectueux	Total
Usine A			
Usine B			
Total			1078

2. On prend au hasard un engrenage fabriqué dans l'une ou l'autre des deux entreprises.
   On considère les événements suivants :
   - A : « l'engrenage provient de l'usine A »
   - C : « l'engrenage est conforme ».

   a) Déterminer la probabilité de l'événement A, puis celle de l'événement C.
   b) Décrire par des phrases les événements $\overline{C}$, $A \cup C$ et $\overline{A} \cap C$.
   c) Calculer $p(\overline{C})$, $p(A \cap C)$ et $p(A \cup C)$
3. On a pris un engrenage conforme. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'usine A ?
4. Le directeur de l'usine A est satisfait car il prétend que dans son usine, on a moins de chance de trouver un engrenage défectueux que dans l'usine B.
   Que penser de cette affirmation ?

Exercice 2 (3 points)

Soient f et g les fonctions définies par leurs courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentées ci-dessous :



1. Donner le domaine de définition des fonctions f et g.
2. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

   - $f(x) = 2$
   - $g(x) = 1$
   - $f(x) = g(x)$

3. Résoudre les inéquations suivantes :

   - $f(x) \leqslant 2$
   - $g(x) < 1$
   - $f(x) > g(x)$

Exercice 3 (2,5 points)

Soient les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

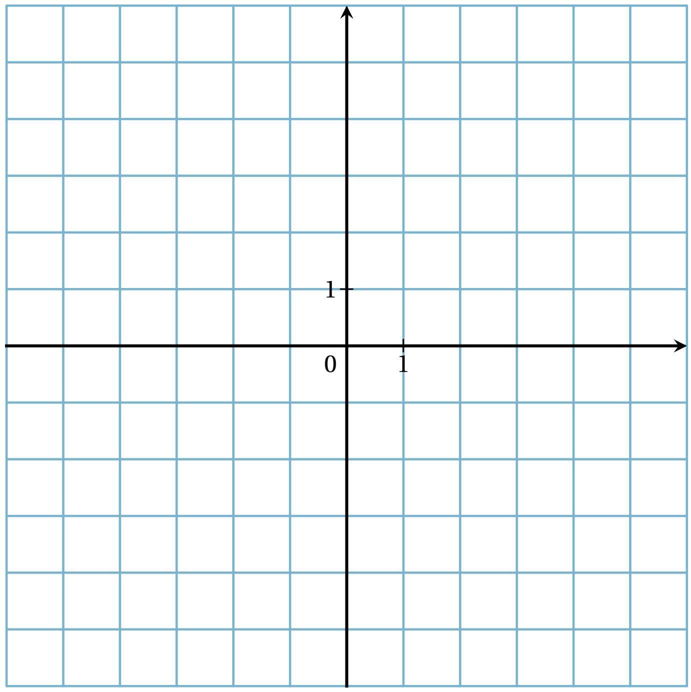
- $f(x) = 2x^2 - x - 6$
- $g(x) = -7x + 4$
- $h(x) = \frac{1}{2}x^2$

1. Calculer l'image de -1 par la fonction f.
2. Déterminer les éventuels antécédents de -5 par g.
3. Déterminer les éventuels antécédents de 2 par h.

Exercice 4 (5,5 points)

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points $M(1\ ;\ -2)$,$N(2\ ;\ 1)$,$P(5\ ;\ 0)$,$Q(4\ ;\ -3)$ et $R(1\ ;\ 4)$.

1. Dans le repère ci-dessous, placer ces cinq points. **On complètera la figure au fur et à mesure**.

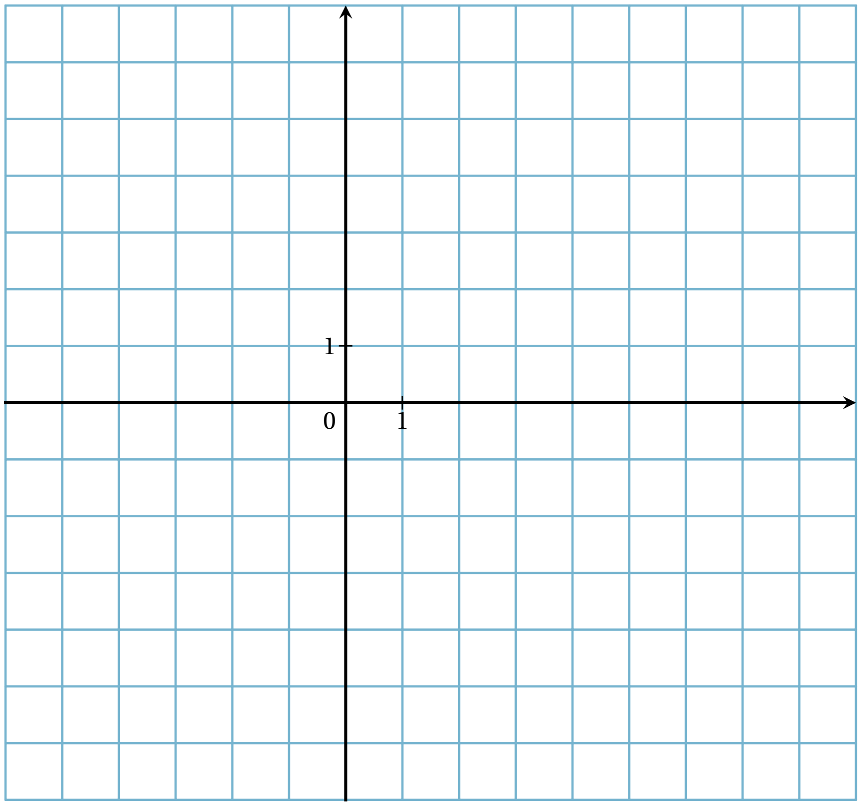


2. Calculer les longueurs MN, NP et MP.
3. Démontrer que le triangle MNP est rectangle.
4. Déterminer la nature **exacte** du quadrilatère MNPQ. Justifier.
5. Le point R appartient-il au cercle de centre N et de rayon 3 ?

Exercice 5 (2,5 points)

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(1 ; 4), B(3 ; -2) et C(-3 ; 0).

1. Dans le repère ci-dessous, placer ces quatre points. **On complètera la figure au fur et à mesure**.



2. Calculer les coordonnées du milieu du segment [AC].
3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E tel que ABEC soit un parallélogramme.

Corrigé de l'évaluation

Corrigé de l'exercice 4

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points M(1 ; -2), N(2 ; 1), P(5 ; 0), Q(4 ; -3) et R(1 ; 4).

1. - $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} = \sqrt{(2-1)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{1^1 + 3^2} = \boxed{\sqrt{10}}$.
   - $NP = \sqrt{(x_P - x_N)^2 + (y_P - y_N)^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \boxed{\sqrt{10}}$
   - $MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2} = \sqrt{4^2 + +2^2} = \boxed{\sqrt{20}}$
2. $MP^2 = 20$ et $MN^2 + NP^2 = 10 = 10 = 20$ donc $\boxed{MP^2 = MN^2 + NP^2}$.
   Daprès la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle MNP est **rectangle** en N.
3. Le milieu de la diagonale $[MP]$ du quadrilatère $MNPQ$ a pour coordonnées
   $\left(\dfrac{x_M + x_P}{2} ; \dfrac{y_M + y_P}{2}\right) = \boxed{(3 ; -1)}$.
   Le milieu de la diagonale $[NQ]$ du quadrilatère $MNPQ$ a pour coordonnées
   $\left(\dfrac{x_N + x_Q}{2} ; \dfrac{y_N + y_Q}{2}\right) = \boxed{(3 ; -1)}$.
   Les deux diagonales de $MNPQ$ ont le même milieu, donc c'est un **parallélogramme**.
   $MN = NP$, donc ce parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur : c'est donc un **losange**.
   Puisque le triangle MNP est rectangle, il a un angle droit , donc $MNPQ$ est un **carré**.
4. $NR = \sqrt{(x_R - x_N)^2 + (y_R - y_N)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10} \neq 3$ donc R n'appartient pas au cercle de centre N et de rayon 3.

A venir

Corrigé de l'exercice 5

Dans un repère orthonormé, on considère les points A(1 ; 4), B(3 ; -2), C(-3 ; 0) et D(-5 ; 6).

1. **Figure** :

   A venir

2. Soit M le milieu de [AC] ; on a $x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = -1$ et $y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = 2$: $\boxed{M(-1 ; 2)}$.
3. Soit M' le milieu de [BD].
   On a $x_{M'} = \dfrac{x_B + x_D}{2} = -1$ et $y_{M'} = \dfrac{y_B + y_D}{2} = 2$: $\boxed{M'(-1 ; 2)}$.
   M et M' ont les même coordonnées donc $M = M'$: les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu, donc c'est un parallélogramme.
4. ABEC est un parallélogramme si, et seulement si, les diagonales ont le même milieu. On doit avoir :
   $\dfrac{x_A + x_E}{2} = \dfrac{x_B + x_C}{2}$ donc $\dfrac{1 + x_E}{2} = \dfrac{3 + (-3)}{2}$, d'où $\dfrac{1 + x_E}{2} = 0$; on en déduit $x_E = -1$.
   $\dfrac{y_A + y_E}{2} = \dfrac{y_B + y_C}{2}$ donc $\dfrac{4 + y_E}{2} = \dfrac{-2 + 0}{2} = -1$, d'où $4 + y_E = -2$; on en déduit $y_E = -6$.
   On en déduit $\boxed{E(-1 ; 6)}$