Corrigé du DS, sujet A

Seconde 11

1 Fondamentaux du chapitre (≈ 10 points)

A) Résoudre les équations suivantes (≈ 4 points)

1. $8x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}.\mathcal{S} = \{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\}$
2. $x(2x-3) = 0$. C'est une équation produit nul donc $x = 0$ ou $2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$, donc $\mathcal{S} = \{0; \frac{3}{2}\}$
3. $7x^2 + 16 = 2 \Leftrightarrow x^2 = -2$. Pas de solutions, $\mathcal{S} = \emptyset$.
4. $(x-2)^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 3$. Donc, $x - 2 = \sqrt{3}$ ou $x - 2 = -\sqrt{3}$ donc $x = 2 + \sqrt{3}$ ou $x = 2 - \sqrt{3}$ et donc $\mathcal{S} = \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$
5. $3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{3}.\mathcal{S} = \{\frac{-1}{3}\}$.
6. $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2$. On applique la règle du produit nul et on trouve $\mathcal{S} = \{3\}$

B) Forme canonique, développée, factorisée (≈ 4 points)

On considère la forme factorisée suivante

$$f(x) = (4x+1)(-2x+2).$$

1. On applique la règle du produit nul à l'expression donnant f, on doit donc avoir $(4x+1) = 0$ ou $(-2x+2)$. On trouve $\mathcal{S} = \{\frac{-1}{4}; 1\}$.
2. $f(x) = -8x^2 + 6x + 2$. $a = -8; b = 6; c = 2$.
3. $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{8}.\beta = f(\alpha) = \frac{25}{8}$
4. Pour résoudre $f(x) = \frac{25}{8}$, on utilise la forme canonique, on obtient l'équation $(x - \frac{3}{8})^2 = 0$. On en déduit $\mathcal{S} = \{\frac{3}{8}\}$
5. .

C) Extremum d'une fonction polynôme du second degré (≈ 2 points)

1. $\frac{-b}{2a} = \frac{3}{4}, f(\frac{3}{4}) = \frac{23}{8}$. Donc
2. Comme $a < 0$, g admet un minimum atteint en $\frac{3}{4}$ et il vaut $\frac{23}{8}$.

2 Exercice 1 : optimiser un coût (≈ 6 points

Le propriétaire d'un cinéma vend 300 billets à 6 euros par séance. Il a constaté qu'il diminue le prix de $0,1$ euro, il vend 10 billets supplémentaires. Il décide d'engager une campagne de promotion.

1. Après x réductions de $0,1$ euro, et comme le prix initial était de 6 euros, le prix du billet est de $p(x) = 6 - 0,1x$. Justifier que la quantité de billets vendue est $q(x) = 300 + 10x$.
2. On développe $r(x) = q(x) \times p(x) = (300 + 10x)(6 - 0.1x) = -x^2 + 30x + 1800$.
3. On calcule $\frac{-b}{2a} = \frac{-30}{-2} = 15$ et $r(15) = 2025$.
4. La recette maximale est atteinte pour 15 réductions de $0,1$ euros. La recette est alors de 2025 euros.
5. Le prix du billet est de $6 - 0,1 * 15 = 4,5$ euros.

3 Exercice 2 : ajuster une aire (≈ 4 points)

On appelle x la longueur BE. Les quatre triangles sur les côtés de la figure doivent avoir la même aire A. L'aire du carré fait $40000m^2$, celle de l'hexagone $32800m^2$. Donc on doit avoir $4A = 40000 - 32800$ donc $4A = 7200$ donc $A = 1800m^2$.

Or $A = \frac{x^2}{2}$ (aire d'un triangle rectangle isocèle dont les côtés opposés à l'hypoténuse sont de longueur x). On a dont $\frac{x^2}{2} = 7200$, soit $x^2 = 3600$ donc d'après le théorème du cours $x = 60$ ou $x = -60$. Une longueur devant toujours être positive on en déduit que $x = 60$.