Corrigé du DS, sujet B

Seconde 11

1 Fondamentaux du chapitre (≈ 10 points)

A) Résoudre les équations suivantes (≈ 4 points)
On n'oubliera pas de préciser l'ensemble des solutions.

1. $(x+1)(-2x+3) = 0$. C'est une équation au produit nul donc $x+1=0$ ou $-2x+3=0$. On en déduit $\mathcal{S} = \{\frac{3}{2}; -1\}$
2. $6x^2 + 14 = 2 \Leftrightarrow x^2 = -2$. Il n'y a pas de solution. $\mathcal{S} = \emptyset$.
3. $2x+1=0$. C'est une équation du premier degré, on trouve $\mathcal{S} = \{\frac{-1}{2}\}$.
4. $9x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$, il y a donc deux solutions $\mathcal{S} = \{\frac{-1}{3}; \frac{1}{3}\}$.
5. $(x-2)^2 - 3 = 0$. On trouve $\mathcal{S} = \{2-\sqrt{3}; 2+\sqrt{3}\}$. (voir méthode dans la correction du sujet A.
6. $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0, \mathcal{S} = \{2\}$.

B) Forme canonique, développée, factorisée (≈ 4 points)
On considère la forme factorisée suivante

$$f(x) = (2x+4)(-3x+2).$$

1. On applique la règle du produit nul à l'expression donnant f, on doit donc avoir $(2x+4) = 0$ ou $(-3x+2) = 0$. On trouve $\mathcal{S} = \{\frac{-1}{2}; \frac{2}{3}\}$.
2. $f(x) = -6 * x^2 - 8 * x + 8, a = -6, b = -8, c = 8$.
3. On calcule $\alpha = \frac{-2}{3}, \beta = \frac{32}{3}$. Donc la forme canonique est $f(x) = -6(x+2/3)^2 + 32/3$.
4.
5. Pour résoudre $f(x) = \frac{32}{3}$, on utilise la forme canonique, on obtient l'équation $(x+\frac{2}{3})^2 = 0$. On en déduit $\mathcal{S} = \{\frac{-2}{3}\}$.
6. Déterminer le tableau de variation de la fonction f.

C) Extremum d'une fonction polynôme du second degré (≈ 2 points)

1. Dresser le tableau de variation de la fonction définie par $g(x) = 3x^2 - 2x + 3$.
2. Déterminer un éventuel maximum ou minimum de g.

2 Exercice 1 : optimiser un coût (≈ 6 points

Le propriétaire d'un cinéma vend 400 billets à 8 euros par séance. Il a constaté qu'il diminue le prix de 0,1 euro, il vend 10 billets supplémentaires. Il décide d'engager une campagne de promotion.

1. Après x réductions de 0,1 euro, et comme le prix initial était de 8 euros, le prix du billet est de $p(x) = 8 - 0,1x$. Comme on vend 10 places de plus quand on fait une réduction, on trouve $q(x) = 400 + 10x$.
2. On développe $r(x) = q(x) \times p(x) = (400+10x)(8-0.1x) = -x^2 + 40x + 3200$.

3. On calcule $\frac{-b}{2a} = \frac{-40}{-2} = 20$ et $r(20) = 3600$.
4. La recette maximale est atteinte pour 20 réductions de $0,1$ euros. La recette est alors de 3600 euros.
5. Le prix du billet est de $8 - 0,1 * 15 = 4$ euros.

3 Exercice 2 : ajuster une aire (≈ 4 points)

On appelle x la longueur BE. Les quatre triangles sur les côtés de la figure doivent avoir la même aire A. L'aire du carré fait $40000m^2$, celle de l'hexagone $32800m^2$. Donc on doit avoir $4A = 40000 - 32800$ donc $4A = 7200$ donc $A = 1800m^2$.

Or $A = \frac{x^2}{2}$ (aire d'un triangle rectangle isocèle dont les côtés opposés à l'hypoténuse sont de longueur x). On a dont $\frac{x^2}{2} = 7200$, soit $x^2 = 3600$ donc d'après le théorème du cours $x = 60$ ou $x = -60$. Une longueur devant toujours être positive on en déduit que $x = 60$.