TP-TD 1 : Objets géométriques définis par une relation sur leurs coordonnées

Seconde 11, lycée Murat

Objectifs du TP : Prendre en main un logiciel de géométrie dynamique (Geogebra), traduire des propriétés géométriques par des relations sur des coordonnées.

Fonctionnement : Vous répondrez aux questions théoriques directement sur votre cahier d'activités. En ce qui concerne les figures, sauvegardez les sur votre compte dans un répertoire portant le nom du chapitre et le numéro du TP.

Pour la partie "prologue" du TP, il ne vous est pas demandé de rédiger quoi que ce soit au propre.

Prologue : prise en main d'un logiciel de géométrie dynamique

Dans cette partie, nous allons prendre en main le logiciel de géométrie dynamique "Geogebra". Le logiciel n'étant pas installé sur les machines de la salle $T102$, nous allons passer par l'interface web du logiciel. Commencez par taper dans un navigateur web l'adresse :
`https://www.geogebra.org/graphing` .

1. L'écran d'accueil ressemble à la capture d'écran de la figure 1.

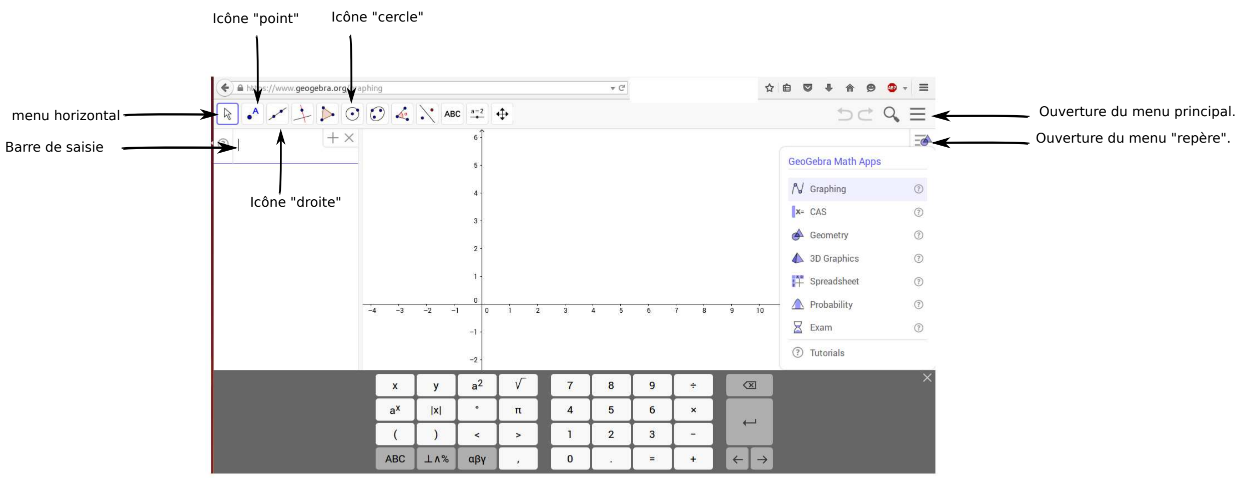

Figure 1: Ecran d'accueil de Geogebra en ligne.

   Par défaut le logiciel est en anglais. Après avoir cliqué sur l'icône du menu, allez dans les options et changez la langue pour choisir le français.

2. Cliquez ensuite sur l'icône du menu "repère" et choisissez d'afficher ou non la grille. Le repère utilisé dans Geogebra est il orthogonal ? orthonormé ?

3. Sélectionnez l'icône "point" du menu horizontal. Placez un point quelque part. Où pouvez vous lire les coordonnées du point ? Affectez le point que vous venez de créer des coordonnées $(2; 3)$ en tapant par exemple $A = (2, 3)$. Attention, dans Geogebra, abscisse et ordonnée sont séparées par une virgule et non un point-virgule.

4. Placez les points $B(3; 1)$, $C(3; 4)$, $D(5; 1)$. Conjecturez la nature du triangle BCD.

5. Cliquez ensuite sur l'icône "droite" du menu horizontal. Sélectionnez l'outil segment et tracez les segments $[BC]$, $[CD]$, $[BD]$. Dans le menu à gauche, les longueurs BC, CD et BD sont lisibles comme étant f, g et h.

6. Geogebra permet de calculer, en tapant les opérations dans la ligne de saisie. Effectuez les calculs pour vérifier la nature du triangle BCD. Quel théorème utilisez vous ?

1 Quelques objets usuels définis par une relation

Nous avons vu que les coordonnées sont un moyen économique de représenter des objets géométriques. Jusqu'à présent nous nous sommes limités à des polygones.

On peut aussi représenter des ensembles de points par une relation sur les abscisses x et les ordonnées y. Par exemple l'ensemble des points vérifiant la relation $y - x = 0$ est une droite sur laquelle tous les points ont la même abscisse et la même ordonnée.

Pour fixer les idées, on se place pour le moment dans un repère orthonormé

1. Par quelle relation portant sur les coordonnées pouvez vous décrire l'ensemble des points situés sur l'axe des abscisses ? Des ordonnées ? Vous pouvez conjecturer avec Geogebra.

2. Par quelles conditions sur les coordonnées pouvons nous décrire l'ensemble des points situés en dessous de l'axe des abscisses et à droite de l'axe des ordonnées ?

3. On considère le point $A(-1;1)$. On veut décrire le cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 2 par une relation portant sur les coordonnées. Commencez par tracer ce cercle avec Geogebra (en utilisant les outils situés sous l'icône "cercle" du menu horizontal du logiciel).

4. En termes de distance AM, comment pouvez vous caractériser un point M appartenant à $\mathcal{C}$ (ce que l'on note aussi $M \in \mathcal{C}$) ? Élevez cette relation au carré.

5. En utilisant une formule du cours, écrivez en fonction des coordonnées x_M et y_M la condition d'appartenance que vous avez écrite précédemment.

6. Dans la ligne de saisie de Geogebra, saisissez cette relation.

Sauvegardez ce que vous avez fait jusqu'à présent dans un fichier. Effacez les objets présents sur la figure avant de passer à la suite.

2 Une relation définissant un nouvel objet

1. Tapez dans Geogebra la formule permettant d'afficher l'ensemble des points vérifiant la relation $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$. La figure que vous obtenez s'appelle une *ellipse*.

2. Les points suivants appartiennent ils à l'ellipse : $(-1;0)$, $(0;-1)$, $(2;1)$, $(\sqrt{2},0)$?

3. Si le point $M(x;y)$ est sur l'ellipse, que dire des points de coordonnées $M(-x,y)$, $M(-x,-y)$, $M(x,-y)$? Bonus (à faire à la fin uniquement) : quelle interprétation géométrique, en termes de symétries de la figure, cela a-t-il ?

4. Placez sur la figure les point $F(1;0)$ et $G(-1,0)$.

5. En utilisant la commande "point sur objet" (dans le menu horizontal, sous l'icône "point"), créez un point M sur l'ellipse. Faites calculer par Geogebra la quantité $MF+MG$. En utilisant la souris, faites bouger votre point M sur l'ellipse. Que constatez vous ?

6. Question subsidiaire : si l'on se place dans un repère qui n'est plus orthonormé, mais simplement orthogonal, avec une unité de longueur sur l'axe des abscisses égale à $\sqrt{2}$ et une unité de longueur égale à 1 sur l'axe des ordonnée, quelle relation sur les coordonnées dans ce repère est vérifiée par les points de l'ellipse ?