

# Trois applications en géométrie.

Seconde 11

## Application 1 : vérifier que des points sont sur un même cercle

Montrer que les points  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(2, 2)$  sont sur un même cercle dont le centre est le milieu de  $[OC]$ .

## Application 2 : montrer qu'un quadrilatère est un losange

Soit  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(0, -2)$ ,  $D(0, 4)$ . Calculer les coordonnées des milieux de  $[AB]$  et  $[CD]$ . Que constatez vous ? Montrez que  $ADBC$  est un losange.

## Application 3 : placer un point tel qu'un quadrilatère soit un parallélogramme

Soit  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(1, 0)$ , déterminer les coordonnées du point  $D$  tel que  $ACBD$  soit un parallélogramme.

## Rappels : quelques théorèmes de géométrie

**Si, et seulement si :** Considérons deux phrases  $A$  et  $B$ , par exemple  $A$  : "Il pleut." et  $B$  : "Je prends un parapluie". En mathématiques, on utilise souvent l'expression " $A$  si, et seulement si  $B$ ". Par cette locution, les mathématiciens disent en une seule fois "Si on a  $A$ , alors on a  $B$ ." et "Si on a  $B$  alors on a  $A$ ". On dit alors que  $A$  est *équivalente* à  $B$ . Exemple : essayez de reformuler le théorème de Pythagore ainsi que sa réciproque en une seule phrase en utilisant un "si, et seulement si," :

Un triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$  si, et seulement si,

.....

**Théorème :** Un quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme si, et seulement si, ses diagonales se coupent .....

**Théorème :** Un quadrilatère  $ABCD$  est un losange si, et seulement si, ses diagonales se coupent .....

**Théorème :** Un quadrilatère  $ABCD$  est un rectangle si, et seulement si c'est un parallélogramme et si, ses diagonales .....

**Théorème :** Soit  $C$  un point du plan,  $r$  un nombre réel positif. Un point  $M$  est sur le cercle de centre  $C$  et de rayon  $r$ , si et seulement si .....

## Rappels : quelques théorèmes de géométrie

**Si, et seulement si :** Considérons deux phrases  $A$  et  $B$ , par exemple  $A$  : "Il pleut." et  $B$  : "Je prends un parapluie". En mathématiques, on utilise souvent l'expression " $A$  si, et seulement si  $B$ ". Par cette locution, les mathématiciens disent en une seule fois "Si on a  $A$ , alors on a  $B$ ." et "Si on a  $B$  alors on a  $A$ ". On dit alors que  $A$  est *équivalente* à  $B$ .

Exemple : essayez de reformuler le théorème de Pythagore ainsi que sa réciproque en une seule phrase en utilisant un "si, et seulement si," :

Un triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$  si, et seulement si,

.....

**Théorème :** Un quadrilatère  $ABCD$  est un parallélogramme si, et seulement si, ses diagonales se coupent .....

**Théorème :** Un quadrilatère  $ABCD$  est un losange si, et seulement si, ses diagonales se coupent .....

**Théorème :** Un quadrilatère  $ABCD$  est un rectangle si, et seulement si c'est un parallélogramme et si, ses diagonales .....

**Théorème :** Soit  $C$  un point du plan,  $r$  un nombre réel positif. Un point  $M$  est sur le cercle de centre  $C$  et de rayon  $r$ , si et seulement si .....