Fonctions inverses, fonctions homographiques

Seconde 11

1 La fonction inverse

1.1 Définition

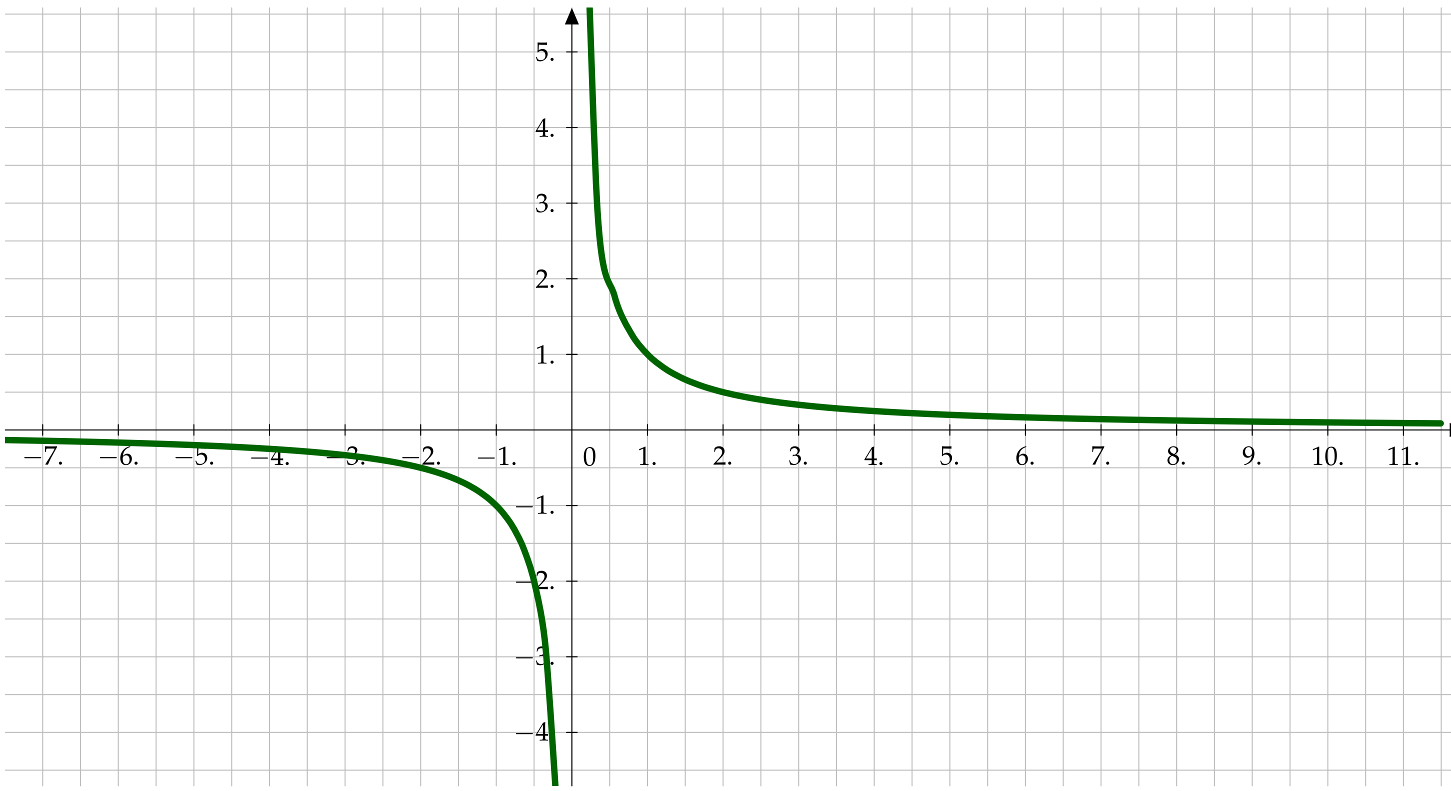
Définition 1 *La fonction inverse est la fonction f définie, lorsque c'est possible par $f(x) = \frac{1}{x}$. Son domaine de définition est $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[= \mathbb{R}^*$.*

Rappel : On peut également noter :

$$f : x \mapsto \frac{1}{x}.$$

Exemple : $f(\frac{1}{4}) = 4; f(\frac{1}{2}) = 2; f(1) = 1; f(-2) = \frac{-1}{2}$.

1.2 Représentation graphique et variations



Proposition 1 *La courbe représentative de la fonction inverse est une hyperbole. Elle est symétrique par rapport à l'origine.*

Tableau de variation :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f		$\searrow$	$\|$	$\searrow$	

2 Fonctions homographiques

2.1 Définition

Définition 2 *On appelle fonction homographique une fonction définie lorsque cela est possible par une expression de la forme* $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ *avec* $c \neq 0$ *et* $ad - bc \neq 0$.

En pratique : une fonction définie par une expression de la forme $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ est homographique sauf

— $c = 0$ (la fonction est affine),

— $ad = bc$, la fonction est alors constante sur son ensemble de définition.

2.2 Domaine de définition

On rappelle que l'ensemble de définition d'une fonction définie par une formule $f(x)$ est l'ensemble des réels x tels que le calcul de $f(x)$ est possible.

Proposition 2 *Soit une fonction homographique définie par une formule* $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, *avec* $c \neq 0$ *et* $ad - bc \neq 0$. *Alors* f *a pour domaine de définition* $D_f =]-\infty; \frac{-d}{c}[\cup]\frac{-d}{c}; +\infty[$.