

2.2 - Rappels de collège sur la résolution d'équations et d'inéquations

Rappels sur les équations

On considère une équation, c'est à dire une **égalité** entre deux expressions.

Les opérations suivantes ne changent pas l'ensemble des solutions d'une équation :

1. Additionner ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une équation,
2. Multiplier ou diviser par un même nombre non nul les deux membres d'une équation.

L'idée de la résolution d'une équation est alors de **compenser** les opérations faites autour de l'inconnue dans le but de **l'isoler**.

Pour isoler l'inconnue, on commence toujours par compenser la dernière opération effectuée.

Exemple : On veut résoudre l'équation $7x + 3 = 12$.

$$\begin{aligned}7x + 3 &= 12 \\ \Leftrightarrow 7x + 3 - 3 &= 12 - 3 \\ \Leftrightarrow 7x &= 9 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{7} \times 7x &= \frac{1}{7} \times 9 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{9}{7}.\end{aligned}$$

On écrit ensuite : "L'équation admet pour ensemble de solution l'ensemble $S = \left\{ \frac{9}{7} \right\}$."

Résolution d'inéquations

On considère maintenant une inéquation, c'est à dire une **inégalité** entre deux expressions.

Les opérations suivantes ne changent pas l'ensemble des solutions d'une inéquation :

1. Additionner ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une inéquation,
2. Multiplier ou diviser par un même nombre positif non nul les deux membres d'une inéquation,
3. Multiplier par un même nombre négatif non nul les deux membres d'une inéquation, **à condition d'inverser le sens de l'inégalité.**

A la fin, on donne l'ensemble des solutions de l'inéquation sous la forme d'un **intervalle**.

Exemple : On veut résoudre l'équation $-5x + 3 \leq 8$.

$$\begin{aligned}-5x + 3 &\leq 8 \\ \Leftrightarrow -5x + 3 - 3 &\leq 8 - 3 \\ \Leftrightarrow -5x &\leq 5 \\ \Leftrightarrow (-1) \times (-5x) &\geq (-1) \times 5 \\ \Leftrightarrow 5x &\geq -5 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{5} \times 5x &\geq \frac{1}{5} \times (-5) \\ \Leftrightarrow x &\geq -1.\end{aligned}$$

On écrit ensuite : "L'équation admet pour ensemble de solution l'intervalle $[-1; +\infty[$."